

Отзыв
официального оппонента на диссертацию
Аль Обаиди Джамхура Махмуда Исмаила
« Методы топологической степени в некоторых задачах
нелинейного анализа»,
представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и
функциональный анализ

Актуальность. Диссертационная работа находится на стыке нескольких научных дисциплин. С одной стороны, это нелинейный функциональный анализ, с другой – краевые задачи для дифференциальных включений. Проведённое исследование является актуальным, как с точки зрения выбора темы, так и с точки зрения применяемых методов.

Основная часть диссертации посвящена изучению разрешимости включений с мультиотображениями новых классов. Исследуемые мультиотображения в локально выпуклых и банаховых пространствах невыпуклозначны. Они представляют собой композиции отображений ациклического типа с непрерывными отображениями. Важность изучения отображений подобного вида связано с тем, что именно такова структура оператора сдвига по траекториям дифференциальных включений и управляемых систем. Это обеспечивает значительные приложения и к теории краевых задач, и к проблемам оптимального управления.

Обоснованность результатов. Стиль автора вполне математичен. Основные понятия строго определяются; результаты формулируются в виде теорем и следствий, их доказательства являются полными. Автор использует весьма разнообразный математический аппарат; представлены нелинейный анализ (мультиотображения и теория степени), алгебраическая топология и дифференциальные включения.

Научная новизна. В диссертации предложены новые понятия, что позволило автору установить новые результаты, важные не только для теории дифференциальных включений, но и для её приложений. Представляют интерес не только новые понятия, но и способ их введения.

Практическая значимость. Круг потенциальных приложений разработанных диссертантом методов достаточно широк. Полученные им результаты могут быть использованы для исследования новых классов операторных включений. Основная цель работы достигнута – развиты новые варианты теории топологической степени для класса псевдоациклических векторных полей. В качестве приложения автор устанавливает ряд новых утверждений о неподвижных точках и точках совпадения для соответствующих классов мультиотображений. Им найдены применения полученных результатов к исследованию задачи о существовании решений дифференциальных включений с нелокальными краевыми условиями.

Конкретные рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации. Результаты диссертации могут быть полезны и для дальнейшего развития методов нелинейного анализа, и для расширения сферы его приложения к дифференциальным включениям, краевым задачам и экстремальным проблемам оптимального управления. Они представляются важными и для учебных целей – спецкурсы и квалификационные работы самого разного уровня.

Краткое содержание работы. Диссертация состоит из введения и четырёх глав, которые разбиты на три, два, три и два пункта соответственно. Объём работы 100 страниц. Библиография содержит 40 наименований.

Введение. Во введении дан не претендующий на полноту обзор существующей литературы по теме работы, обоснована актуальность работы и перечислены её результаты.

Первая глава. Приводятся предварительные сведения из функционального анализа, теории мультиотображений и топологических методов нелинейного анализа. Дается определение основного класса псевдоациклических мультиотображений. Далее определяется топологическая степень псевдоациклического векторного поля относительно выпуклого замкнутого подмножества локально выпуклого пространства, обосновывается её корректность и описываются некоторые свойства. Известно, что восходящая к Ю.Г. Борисовичу теория относительной степени является важным разделом современного нелинейного анализа. Полезнейшим свойством степени является то, что её отличие от нуля влечёт существование неподвижной точки соответствующего отображения. В этой главе можно особо выделить интересные результаты о вычислении степени эквивариантных и нечетных псевдоациклических полей.

Вторая глава. Теория, развитая в первой главе, переносится на случай некомпактных мультиотображений – фундаментально сужаемых и уплотняющих. Здесь получен ряд новых теорем о неподвижных точках для указанных классов мультиотображений. В частности, установлены аналоги классических теорем Шеффера и Роте.

Третья глава. Исследуется вопрос о точках совпадения линейного фредгольмова оператора нулевого индекса и псевдоациклического мультиотображения, уплотняющего относительно этого оператора. Основным орудием здесь является степень совпадения подобных отображений, конструкции которой посвящена значительная часть главы. С помощью степени совпадения обосновывается ряд новых теорем о точке совпадения, в том числе теорема о продолжении и аналог теоремы Б.Н.Садовского о неподвижной точке.

Четвёртая глава. Рассматриваются приложения развитой теории к полулинейному дифференциальному включению в банаховом пространстве с нелокальным граничным условием. Показано, что вопрос о существовании решения соответствующей задачи может быть сведён к отысканию точки совпадения фредгольмова и многозначного отображений. Описываются условия, при которых может быть применена развитая выше теория.

Приведу несколько замечаний критического характера.

1. Работа содержит опечатки, орфографические и пунктуационные ошибки; их количество не превышает допустимых норм.
2. Одним из основных свойств степени является её аддитивность. В диссертации это свойство практически не отражено.
3. Слишком мал список литературы (всего 40 работ, из них 23 публикации принадлежат воронежским математикам)

Указанные замечания не снижают общего благоприятного впечатления о работе. Её тема представляется актуальной, а сама диссертация – квалификационной работой, которая содержит важные утверждения, представляющие значительный интерес. Основные результаты новы и строго обоснованы. Они своевременно и достаточно полно опубликованы в профильных научных изданиях, в том числе, в ведущих журналах, включённых в перечень ВАК. Результаты, выносимые на защиту, прошли всестороннюю апробацию. Автореферат и опубликованные работы адекватно отражают основное содержание работы.

Считаю, что диссертация Аль Обаиди Д.М.И. удовлетворяет всем требованиям ВАК России к кандидатским диссертациям. Её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Официальный оппонент:

Заведующий кафедрой математического анализа

Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова,

доктор физико-математических наук, профессор

Климов В.С.

Климов Владимир Степанович

10 февраля 2015 г.

